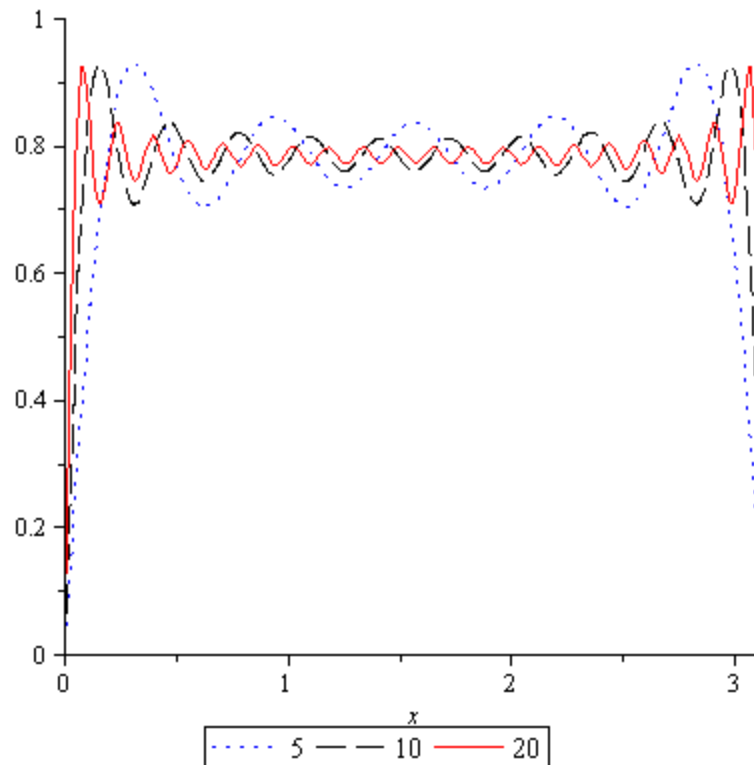


پدیده گیبس که ویژگی ذاتی سری فوریه‌ی توابع ناپیوسته در مکان ناپیوستگی پرشی است را با یک مثال نمایش می‌دهیم.

❖ تابع تعریف شده با $f(x) = \begin{cases} -\pi/4 & , -\pi \leq x < 0 \\ 0 & , x = 0 \\ \pi/4 & , 0 < x \leq \pi \end{cases}$ را در نظر بگیرید. سری فوریه‌ی این تابع چنین است:

$$f(x) \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin(2n-1)x$$

گراف مربوط به مجموع‌های جزئی $S_5(x)$ ، $S_{10}(x)$ و $S_{20}(x)$ بسط فوریه‌ی تابع در نیم پریود $[0, \pi]$ در شکل زیر به نمایش درآمده است.



از آنجا که تابع مورد نظر در $x=0$ ناپیوستگی پرشی کراندار دارد، مطابق قضیه همگرایی، مقدار آن در نقطه ناپیوستگی به میانگین حد چپ و راست میل خواهد کرد:

$$\frac{1}{2}[f(0+) + f(0-)] = \frac{1}{2}\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 = f(0)$$

هر یک از مجموع‌های جزئی نمایش داده شده در شکل، یک پیک^۱ در نزدیک صفر را نشان می‌دهند. در ابتدای امر، انتظار داریم با افزایش $N \rightarrow \infty$ ، ضمن نزدیک شدن مجموع جزئی به خود تابع $f(x)$ ، این پیک‌ها هموار شوند و در نهایت به فرم تخت درآیند. اما این اتفاق نمی‌افتد، در عوض، با افزایش N پیک‌ها تقریباً اندازه خود را حفظ می‌کنند و به محور y نزدیک‌تر می‌شوند.

بنابراین پدیده گیبس عبارت است از فراجهبش^۲ یا فروجهش^۳ (پیک) نمایش سری فوریه تابع ناپیوسته در نزدیکی نقاط ناپیوستگی. با زیاد شدن تعداد جمله‌های بسط فوریه، این پیک‌ها ضمن حفظ تقریبی اندازه‌ی خود، به سمت نقطه‌ی ناپیوستگی نزدیک‌تر می‌شوند.

¹ peak

² overshoot

³ undershoot